DOSSIÊ

FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PRÁTICAS CULTURAIS

arquivos analíticos de políticas educativas

Revista acadêmica, avaliada por pares, independente, de acesso aberto, e multilíngüe

aape epaa

Arizona State University

Volume 21 Número 27 25 de março, 2013 ISSN 1068-2341

A Compreensão De Regras Matemáticas na Formação Docente: uma pesquisa sob o ponto de vista da linguagem

Marisa Rosâni Abreu da Silveira

Universidade Federal do Pará - UFPA

Paulo Vilhena da Silva

Secretaria Municipal de Educação de Ananindeua - Pará

Brasil

Citação: Rosâni Abreu da Silveira, M. e Vilhena da Silva, P. (2013) A Compreensão de Regras Matemáticas na Formação Docente: uma pesquisa sob o ponto de vista da linguagem. *Arquivos Analíticos de Políticas Educativas, 21*(27). Dossiê Formação de Professores e Práticas Culturais: descobertas, enlaces, experimentações. Editoras convidadas: Carla Beatriz Meinerz, Dóris Maria Luzzardi Fiss & Sônia Mara Moreira Ogiba. Recuperado [data] http://epaa.asu.edu/ojs/article/view/1161

A Compreensão de Regras Matemáticas na Formação Docente: uma pesquisa sob o ponto de vista da linguagem

Resumo: Os indicadores da Educação Básica apontam para o insucesso na aprendizagem dos estudantes na matemática. Partindo disso, nos propomos discutir como os futuros professores da disciplina interpretam regras matemáticas que ensinarão no Ensino Básico. Para isso, realizamos uma pesquisa com estudantes de um Curso de Licenciatura em Matemática em fase final de formação. Na ocasião, solicitamos aos licenciandos que descrevessem como ensinariam algumas operações matemáticas, justificando sua validade. Constatamos que esses licenciandos não têm clareza das operações matemáticas que terão que ensinar e que alguns de seus erros são os mesmos dos alunos da Educação Básica. Nosso referencial teórico é composto, principalmente, pelas ideias do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein – que trata do aprendizado e aplicação de regras –, e

Página web: http://epaa.asu.edu/ojs/
Facebook: /EPAAA
Twitter: @epaa_aape

Artigo recebido: 3/7/2012
Revisões recebidas: 19/1/2013
Aceito: 8/2/2013

das ideias da (re)educadora francesa Stella Baruk que discute, entre outras coisas, a respeito da aparente conexão entre matemática e magia, bem como outras pesquisas que discutem a formação docente.
Palavras-chave: Formação e Prática Docente; Professores de Matemática; Regras Matemáticas; Linguagem; Educação Básica.

Understanding Mathematics Rules in Teacher Education: an inquiry from the point of view of language

Abstract: Basic education indicators point to the failure of student learning in mathematics. From this, we propose to discuss how future teachers of the discipline interpret mathematical rules they will teach in basic education. For this, we performed a study with students in a graduation course in mathematics in the final stages of training. On the occasion, we required undergraduates to describe how they would teach some mathematical operations, justifying its validity. We found that these undergraduates do not have clarity of mathematical operations that they will have to teach and that some of their mistakes are the same the basic education students. Our theoretical framework is composed mainly by the ideas of the Austrian philosopher Ludwig Wittgenstein - that discusses learning and applying rules -, the ideas of the French (re)educator Stella Baruk that discusses, among other things, about the apparent connection between mathematics and magic, as well as other studies that discuss teacher training.
Key-words: Training and Teaching Practice; Teachers of Mathematics; Mathematical Rules; Language; Basic Education.

Entendiendo las reglas Matemáticas en la formación docente: un estudio desde el punto de vista de la lengua

Resumen: Los indicadores de la educación básica apuntan a la falta de aprendizaje de los estudiantes en matemáticas. De esto, nos proponemos analizar cómo los futuros profesores interpretan las reglas matemáticas de la disciplina que enseñan en la educación básica. Para ello, se realizó un estudio con estudiantes de una licenciatura en matemáticas en la fase final del entrenamiento. En la ocasión, pedimos a los estudiantes para describir cómo enseñan algunas de las reglas matemáticas, justificando su validez. Hemos encontrado que estos estudiantes no tienen la claridad de las operaciones matemáticas que tienen que enseñar y que algunos de sus errores son los mismos de los estudiantes de la educación básica. Nuestro marco teórico se compone principalmente por las ideas del filósofo austriaco Ludwig Wittgenstein - que discute sobre aprender y aplicar las normas - las ideas de la (re)educadora francés Stella Baruk que habla, entre otras cosas, acerca de la aparente conexión entre las matemáticas y la magia, así como otros estudios que analizan la formación docente.
Palabras-clave: Formación y Práctica docente; Profesores de Matemáticas; Reglas Matemáticas; Lenguaje; Educación Básica.

Introdução

Este texto procura refletir a respeito da formação dos professores de Matemática. Para tanto, analisaremos uma pesquisa que realizamos com uma turma de licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA). A pesquisa objetivou compreender como os futuros professores percebiam as regras matemáticas que ensinariam aos seus futuros alunos, isto é, se tais regras lhes eram claras ou não. Partimos do pressuposto de que os professores de Matemática se formam sem saber o sentido das regras e operações matemáticas que explicarão futuramente aos seus alunos.

Costumeiramente, os estudantes do Curso de Matemática acreditam que, para ensinar Matemática, basta "saber Matemática", isto é, saber resolver os exercícios da disciplina. Entretanto, parecem esquecer que ensinar Matemática é mais do que transmitir regras automatizadas. Não raro, esses estudantes são os que não veem importância nas disciplinas ditas "pedagógicas[1]".

A formação do professor de Matemática requer a realização de disciplinas pedagógicas inseridas nos currículos das licenciaturas nas universidades brasileiras. Em geral, dentre outras, elas contemplam o Estágio Supervisionado que é um dos momentos fundamentais para a Formação Inicial. Essas disciplinas têm o objetivo de promover discussões a partir de teorias e vivências em espaços educacionais que contemplem a Matemática na Educação Básica e em ambientes como os laboratórios pedagógicos com a finalidade de construir materiais didáticos a partir das reflexões e experiências vividas nos espaços de Estágio. O objetivo de desenvolver a prática docente em instituições de ensino busca preparar o futuro professor para o seu exercício, como também alertá-lo para a necessidade de continuidade de atualização.

No âmbito da Educação Matemática, diante das dificuldades de os alunos aprenderem Matemática no Ensino Básico, discutem-se, entre outras coisas, sobre teorias de aprendizagem, técnicas pedagógicas, novas metodologias de ensino, bem como a respeito da formação do professor de Matemática. Daí cabe questionar: nossos professores de Matemática têm um domínio razoável daquilo que ensinam? Sustentamos que, se os professores de Matemática não têm domínio dos conteúdos que ensinarão, seus alunos provavelmente "herdarão" as mesmas dificuldades com relação à habilidade matemática. Para nossa exposição, basear-nos-emos, entre outros autores, na filosofia do chamado "segundo Wittgenstein" [2] e na (re)educadora[3] francesa Stella Baruk.

O filósofo Ludwig Wittgenstein trabalhou como professor de Ensino Fundamental em algumas cidades austríacas e, conforme aponta Chauviré (1991), a experiência pedagógica do filósofo contribuiu para o amadurecimento de sua filosofia posterior. Wittgenstein decidiu tornar-se educador e formou-se professor de Ensino Fundamental, trabalhando como mestre em cidades do interior da Áustria como Trattenbach, Puchberg-am-Schneeberg e Otterthal. Nesta última, escreveu e publicou um dicionário para uso em escolas primárias das aldeias austríacas, com cerca de seis mil palavras. O dicionário explicitava a gramática segundo o dialeto dos estudantes, de acordo como era falado pelas crianças. O filósofo criticava os dicionários tradicionais, pois acreditava que as crianças deveriam compreender o significado das palavras conforme as usavam no seu cotidiano. Para tanto, seria preciso considerar, no processo de aprendizagem, o contexto em que os usos das palavras eram efetivados.

Embora Wittgenstein tenha tido experiências como professor, seus escritos não tinham como tema a educação, nem mesmo suas preocupações eram pedagógicas, mas sim filosóficas. Entretanto, algumas questões, tais como: "Como se ensina isso?" ou "Como isto é aprendido?", que intrigam os filósofos (em especial o filósofo Ludwig Wittgenstein), também são de interesse dos educadores (cf. Macmillan, 1995).

Buscamos, em Ludwig Wittgenstein (1997, 1998, 1999, 2000), ideias suas associadas à filosofia da linguagem bem como à filosofia da matemática. De acordo com o filósofo, as

---

[1] Podemos citar, como exemplo, as disciplinas "Metodologia do Ensino de Matemática", "Didática da Matemática", "Introdução à Educação" e "Educação Matemática", que, de uma forma geral, objetivam discutir a formação e o papel do professor de Matemática, bem como apresentar as principais correntes e tendências do ensino e da aprendizagem em Matemática.

[2] Em geral, costuma-se falar em "primeiro" e "segundo" Wittgenstein. Pode-se dizer que o que é chamado de primeiro Wittgenstein refere-se à sua filosofia no *Tractatus Logico-Philosophicus*, primeiro livro publicado por Wittgenstein, e o que é chamado de segundo Wittgenstein refere-se aos seus escritos após 1933, época que tem como principal obra as *Investigações Filosóficas*.

[3] A autora é referida como (re)educadora pois, ao trabalhar em um instituto médico-educacional, oferecia apoio aos estudantes com dificuldades escolares em Matemática.

proposições matemáticas não são descritivas, estas são regras, "normas a serem seguidas" criadas pelos homens. Por conseguinte, as regras matemáticas não são óbvias ao aprendiz; pelo contrário, o significado atribuído às regras matemáticas depende do ensino recebido.

Já em Stella Baruk (1996), buscamos sua crítica à adoção "cega" das teorias pedagógicas por parte dos professores, bem como sua exposição com relação à conexão, feita pelos alunos, entre Matemática e magia. Essa educadora matemática, com mais de 30 anos de prática que inclue da "reeducação" de estudantes ditos "em dificuldade" até a formação de mestres destinados a lutar contra o fracasso escolar em Matemática, propõe um olhar (não violento) dos erros dos alunos pelos professores e a iniciação à verdadeira Matemática, aquela que produz sentido.

Como a prática docente não pode se apoiar somente na tão debatida contextualização dos conceitos matemáticos no cotidiano dos alunos, tampouco na visão utilitarista da Matemática, buscamos outros pesquisadores, tais como Druck (2003), Giardinetto (1998) e Gottschalk (2004), que comungam tais posições para discussão dessas questões. Por fim, mostraremos alguns resultados de nossa pesquisa com os alunos da Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Pará, relacionados com o referencial teórico citado. Para nossos propósitos aqui apresentados, recorreremos também a outras pesquisas , que tratam da formação e da prática docente de professores de Matemática, a saber: Tirosh (1998), Shulman (1986) e Rosseti (1998).

A filiação dos professores de Matemática às teorias educacionais vigentes

As constantes reprovações dos alunos na disciplina de Matemática servem como um indicativo que faz soar o alarme de que algo está mal na escola. Neste contexto, a responsabilidade de tal fracasso recai no seu ensino, logo quem fracassa não é o aluno, e sim o professor. Mas, afinal, de quem é a responsabilidade? Do aluno que estuda e não aprende ou do professor que "dá aula" e não ensina?

As teorias educacionais colocadas em prática, muitas vezes, não garantem o sucesso prometido ao professor. Esta promessa não cumprida se manifesta em sentimento de frustração no professor, num crescente descrédito de seu papel na escola e, também, num desencantamento com o processo educacional quando percebe que seu aluno não aprende. Os professores de Matemática aderem a diferentes tendências da Educação Matemática[4], muitas vezes, sem conhecer seus fundamentos teóricos. Ao aderir a uma teoria, é preciso conhecer as críticas feitas a ela. Sendo assim, o professor deve estar continuamente atualizando-se e buscando novas perspectivas que o ajudem na tarefa de ensinar Matemática. Para ilustrar essa problemática, trazemos alguns pontos de vista que apontam para o cuidado que o professor deve ter ao filiar-se a uma teoria educacional.

Stella Baruk (1996) é severa não apenas em suas críticas às propostas construtivistas aplicadas na disciplina de Matemática, como também ao tratamento psicológico recomendado aos estudantes. As análises da autora nos levam a refletir sobre a ilusão de um sucesso garantido pelas diferentes teorias educacionais. Apesar de estas análises terem sido feitas em escolas francesas, a realidade educacional brasileira parece não ser muito diferente, pois como os nossos educadores têm necessidade de segurança e êxito em seus empreendimentos em sala de aula, também acabam aderindo às teorias educacionais como um modismo.

Os professores estão constantemente experimentando novas técnicas que possibilitem o desenvolvimento das habilidades dos alunos na aquisição de conhecimentos matemáticos.

---

[4] As principais tendências atuais na Educação Matemática são: O Ensino por meio de Jogos, História da Matemática, Modelagem Matemática, Etnomatemática, Resolução de Problemas, Didática da Matemática, Formação de Professores e Tecnologias da informação e da comunicação.

Atualmente, por inferência de teorias como a construtivista, exige-se do professor de Matemática que mostre ao aluno como os conteúdos matemáticos conseguem relacionar-se com o cotidiano. Porém nem sempre isso é possível. Assim, o professor tem que fazer um grande esforço para conseguir tal peripécia, e o aluno deve esforçar-se para acreditar que tudo que está ao seu redor é matematizável.

A contextualização de conceitos matemáticos no cotidiano torna-se obrigatória no programa dos professores de Matemática das escolas brasileiras. Alguns educadores tais como Baruk (1996), Giardinetto (1998) e Gottschalk (2004) criticam essa demanda de que a Matemática deva o tempo todo expressar problemas do cotidiano. Stella Baruk (1996) ironiza ao criticar a busca pela constante contextualização dos conteúdos matemáticos. José Roberto Boettger Giardinetto (1998) também discute, no texto *Matemática escolar e matemática da vida cotidiana*, a problemática da supervalorização do conhecimento cotidiano frente à situação atual do ensino de Matemática, manifestando, assim, uma secundarização da importância da apropriação do saber escolar. Gottschalk (2004) se propõe apontar alguns equívocos que a procura dos significados dos objetos matemáticos predominantemente ora no empírico, ora na mente do aluno, ora na interação social (isto é, em alguma realidade extralinguística) acarreta ao ensino da Matemática.

Pelo exposto, se pode concluir que não podemos acreditar cegamente numa teoria educacional, já que a nossa compreensão sobre uma teoria não pode prever as suas possíveis falhas quando aplicada em sala de aula. Devemos ficar atentos ao aderirmos a uma prática, pois esta pode abrir outras possibilidades de intervenção na aprendizagem do aluno.

Stella Baruk (1996), ao comentar o excerto de um texto que tem como especificidade a prática pedagógica e os problemas de pessoas que sofrem de afasia, que "é a perda da palavra, ou a impossibilidade de a compreender", questiona os objetos onde a palavra necessária seria insuficiente:

> São os objetos mortos, as coisas mortas do material pedagógico. Se não são os objetos, são as palavras que devem morrer. E com elas, as coisas. E é exatamente o que acontece, porque, cada vez mais, a Pedagogia ativa mata a realidade das palavras e das coisas por querer a todo custo, e sem nunca o explicar, misturá-lo com a Realidade (p. 326).

A crítica da autora refere-se não apenas às tentativas que a psicologia faz ao discutir os insucessos dos estudantes na escola, mas também à ênfase pedagógica da experiência do aprendiz com o objeto. Os objetos pedagógicos são "mortos" porque, muitas vezes, eles não têm significado para o aluno. Amontoados de materiais sobre a mesa do aluno mais confundem o objeto de estudo do que esclarecem. O material concreto, que tem como função a experiência do aluno com o objeto, não é garantia de aprendizagem, porque o sentido não está apenas no objeto a ser manipulado, e sim, nas suas representações.

Wittgenstein (2000) ressalta que, "quando alguém tenta ensinar-nos matemática, não começa por garantir-nos que *sabe* que a + b = b + a" (p. 45), usando a palavra "sabe" em itálico, o que denota que quem ensina deve mostrar "como" conhece aquilo que está ensinando. O ensinante, ao mostrar o "como" a quem ensina, justifica seus ensinamentos, sem precisar recorrer a ousadas técnicas pedagógicas. Dessa forma, saber ensinar Matemática não é simplesmente saber o que se ensina. É preciso saber mostrar como sabe o que ensina. Para isso, o professor deve refletir sobre o seu saber e adentrar num nível elevado de abstração.

Suely Druck (2003), em seu artigo *O drama do ensino da Matemática*, publicado no jornal *Folha de São Paulo*, chama a atenção para uma questão interessante com relação ao uso de teorias e técnicas pedagógicas para o ensino da Matemática: se o professor não tem um domínio razoável do que pretende ensinar, pouco êxito terá ao tentar usar as teorias e técnicas pedagógicas apontadas para o ensino da disciplina em suas aulas. Segundo a autora, as técnicas pedagógicas que deveriam auxiliar no ensino da Matemática, muitas vezes acabam por ocupar um papel oposto: com a intenção de melhorar suas aulas, os professores recorrem a tais técnicas, mas como não entendem o que ensinam, estas acabam por não acrescentar sentido algum às aulas de Matemática.

A busca pelo sucesso na educação é inevitável, pois tradicionalmente a educação alicerçada em bases sólidas vislumbra o êxito na escola. Mas igualmente temos que lidar com o insucesso do aluno e das teorias nas quais os professores se filiam e se amparam. Da mesma forma, prender-se a práticas educacionais antiquadas sem tentar inovar é prejudicial ao ato de ensinar e aprender. É necessária uma constante mudança na forma de pensar o ato de ensinar e aprender, pois tanto aluno como professor nunca são os mesmos, eles mudam com o tempo.

A visão utilitária e a contextualização de conceitos matemáticos na prática docente

Loi (1982) afirma: "O prejuízo frequente deixado pelos professores de Matemática, conforme o qual uma palavra ou um símbolo possuiria apenas um sentido fixo, uma vez por todas e exatamente o mesmo em tudo e sempre é perigoso em Matemática"[5] (p. 119). Os professores, com o intuito de facilitar o aprendizado da Matemática, procuram relativizar o rigor da sua linguagem, em consequência disso, se desencadeia uma falta de precisão da linguagem utilizada pelo professor que, somada ao repertório específico da Matemática, comporta um prejuízo no seu ensino.

Loi (1982), comentando a elaborada Matemática formal que está longe da experiência, afirma que "a conquista de verdades importantes não pode ser efetuada pela simples observação passiva, mas exige o exercício de atividades mentais bem mais elevadas e complicadas"[6] (Ibid., p. 110). A tentativa de contextualização de determinados conceitos pelos professores de Matemática força a ideia segundo a qual a Matemática está sempre presente no mundo concreto, que serve à experiência. Essa concepção traz mais prejuízo do que benefício, tanto para professores como para estudantes. O prejuízo se dá porque o uso de uma regra matemática aplicada em sala de aula pode se modificar no cotidiano, e vice-versa. Nós, professores de Matemática, muitas vezes não nos damos conta de que os conceitos matemáticos são inventados sem a necessidade de aplicação.

> A aproximação formal moderna não implica de maneira alguma que um sistema formal não tenha significação nem aplicação, mesmo que momentaneamente apenas nos interesse a estrutura do sistema, a sua sintática. [...] A prática matemática difere de nosso comportamento cotidiano. [...] Este deslocamento é, em grande parte, responsável pelas dificuldades que encontram os professores para ensinar os primeiros rudimentos de lógica a partir de exemplos tirados da linguagem corrente. É duro de fazer compreender que a proposição : « Se 2 + 2 = 5, então Loire[7] atravessa Paris » não somente não é destituída de sentido, mas é verdadeira[8] (Ibid., p. 118).

Como dito, contextualizar os conceitos nas aulas matemáticas, tratando de situações do dia-a-dia, vem tornando-se uma exigência para os professores de Matemática das escolas brasileiras. Contudo, embora o uso de aulas contextualizadas possa trazer benefícios, é um erro achar que o ensino de Matemática deva deter-se apenas em expressar problemas do cotidiano. Nem todos os conceitos matemáticos têm aplicação concreta imediata, visto que seus conceitos são criações humanas que não têm o concreto como preocupação.

---

[5] Tradução dos autores.
[6] Tradução dos autores.
[7] Rio do território francês que não atravessa Paris.
[8] Tradução dos autores.

> É um absurdo a atitude daqueles que defendem que nunca houve na Matemática outras motivações que as aplicações dos problemas variados do mundo real, da ciência pura; como também é absurdo negar suas nuances. [...]. Para aquele que me explicar por que o meio social de pequenos cursos alemães do século dezoito, onde vivia Gauss, devia inevitavelmente o conduzir a se ocupar da construção do polígono regular a dezessete lados, eu darei uma medalha de chocolote[9] (Dieudonnée, 1982, p. 23).

Os educadores matemáticos muitas vezes têm o seu ensino pautado na concepção da utilidade prática ou concreta da Matemática, daí que, para eles, a importância da Matemática reside no fato de que esta é útil na prática, em problemas reais concretos.

A pesquisa feita por Albarracín, Dujet-Sayyed e Pangaud (2008), "A diversidade cultural nas representações matemáticas: estudo de caso de uma população de alunos engenheiros franceses e latino-americanos", ressalta que a visão utilitarista do ensino se reflete na dificuldade em Matemática de estudantes latino-americanos de engenharia que estudam na França. Nesse sentido, podemos perceber que o sentido de que a Matemática é importante apenas nas situações nas quais é útil concretamente, causa prejuízos à aprendizagem desses estudantes, na perspectiva dos pesquisadores.

Em Silveira (2000), a autora analisou o discurso de vinte e sete alunos do primeiro ano do Curso Técnico de Eletrotécnica quando falavam da dificuldade da Matemática a partir da consideração de sentidos evidenciados em suas formulações discursivas. No dizer desses alunos, entre outros sentidos, foi manifestado o reconhecimento da relevância e utilidade da Matemática, tais como:

> (1) "Acho a matemática uma matéria muito útil, mas também muito difícil de ser entendida".
> (2) "Eu acho que o ensino de matemática, ou melhor tenho certeza que o ensino de matemática é importante para nosso convívio, apesar de ser uma "charopice".
> (3) "Eu acho que a matemática é importante na nossa vida, porque sem ela, não teríamos as tecnologias tão avançadas".
> (4) "Acho interessante, mas creio que algumas coisas que estudamos nunca serão utilizadas por nós. [...] No entanto a matemática é uma disciplina muito importante para nossas vidas".
> (5) "Acho que a matemática é uma das disciplinas mais interessantes que temos. Precisamos diariamente dela, até mesmo quando vamos ao supermercado, acho a matemática uma disciplina indispensável, apesar de que temos alguns conteúdos que não são muito necessários e até mesmo muito extensos as vezes".

Estes alunos, que estudavam em Escola Técnica, e realmente precisavam de uma boa base em Matemática, relacionaram a "utilidade" da Matemática com o que ouviam no discurso do senso comum e no discurso acadêmico. O discurso desses alunos, como porta-voz de sentidos que circulam no interdiscurso, relacionou a utilidade da Matemática ao aproveitamento dos conteúdos, à aprovação para a série seguinte, à aprovação no vestibular e, em decorrência, à utilização na profissão escolhida. As enunciações dos alunos veiculavam sentidos de que a Matemática é importante, porque é útil e, portanto, deve ter uma aplicação direta e imediata na vida cotidiana.

Knijnik (1996, p. 80), educadora matemática, ao comentar a visão "utilitarista" da matemática, afirma que as "pesquisas já realizadas mostraram uma descontinuidade na

---

[9] Tradução dos autores.

significação das práticas cotidianas e escolares" e, por isso, esta noção utilitarista "não pode mais ser defendida".

As regras na filosofia de Wittgenstein e o ensino de Matemática

Em alguns de seus trabalhos, Wittgenstein parecia interessado em saber como alguém é capaz de compreender e seguir regras; como uma regra (ou ordem) poderia implicar sua aplicação, pois qualquer modo de agir poderia, de alguma forma, ser interpretado como de acordo com a regra (1997; 1999, §201). Cabe notar que a discussão sobre regras, na filosofia de Wittgenstein, refere-se ao ato de seguir regras em geral: regras no uso das palavras, regras matemáticas, o ato de obedecer a comandos, a ação de guiar-se por uma placa de orientação (como as de trânsito) etc.

Segundo Wittgenstein (1997; 1999, §188), estamos inclinados a pensar que uma regra contém, em si mesma, todas suas possibilidades de aplicação, como se um signo (uma palavra, frase, gesto etc.) carregasse seu uso de forma intrínseca, independente da aplicação feita por seus usuários. Entretanto, como afirma Wittgenstein, "Todo signo *por si só* parece morto", isto é, não carrega em si o seu sentido, não tem significação independente do uso que fazemos dele. Assim, o filósofo conclui: "O *que* lhe dá vida? No uso ele *vive* (1997; 1999, §432).

Se é assim, então como sei o que fazer? Como a regra pode implicar sua aplicação? Wittgenstein faz questionamentos semelhantes: "O que tem a ver a expressão da regra – digamos o indicador de direção – com minhas ações? Que espécie de ligação existe aí?" (1997; 1999, §198) e, então, responde que: "Ora, talvez esta: "*fui treinado para reagir de uma determinada maneira a este signo e agora reajo assim*". [...] alguém somente se orienta por um indicador de direção na medida em que haja um uso constante, um hábito" (1997; 1999, §198) (grifos nossos).

Portanto, o critério para como a regra é significada depende da prática comum de aplicação da regra, "da forma como fomos ensinados a usá-la". Decorre disso sabermos o que fazer quando aplicamos uma regra. Para Wittgenstein, seguir regras é mais uma das atividades que fazem parte de nossa vida, é uma instituição humana, faz parte de nossos hábitos e costumes, como comer com talheres da forma que comemos, sentar em cadeiras da forma que sentamos etc. O suposto "abismo" que separa a regra de sua aplicação, segundo Wittgenstein, é transposto pela prática, pelo treino: "Como, então, o professor interpreta a regra para o aluno? [...] Como, senão por meio de palavras e de treinamento?" (1998, VII, §47).

O que acabamos de discutir também é válido para um tipo particular de regra: a regra matemática. A concordância, a regularidade, enfim, os hábitos e asserções de nossa "forma de vida" são imprescindíveis para os resultados na Matemática e também para seu aprendizado (1997; 1999, II, p. 203). A Matemática não é um conjunto de cálculos isolados de nossos usos ou auto-contidos em alguma "realidade matemática", mas uma atividade humana, um conjunto de "jogos de linguagem"[10] relacionados uns com os outros que estão incorporados em nosso modo de vida (Gerrard, 1991).

Assim, Wittgenstein salienta o fato de que o que constitui uma regra é nosso uso coletivo dela. "Seguir regras é uma prática geral estabelecida pela concordância, pelo hábito, pelo treino". A própria prática de seguir uma regra define o que está em acordo ou desacordo com a mesma, ou seja, temos critérios públicos para julgar a aplicação de uma regra como correta ou incorreta.

---

[10] As diversas práticas nas quais a linguagem está inserida, os diferentes contextos de emprego da linguagem, são chamados por Wittgenstein de *jogos de linguagem,* e cada contexto possui técnicas de aplicação diferentes. "Chamarei também de "jogos de linguagem" o conjunto da linguagem e das atividades com as quais ela está entrelaçada. O termo "jog*o* de linguagem" deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida. (1997; 1999, §07, §23).

A prática de seguir regras está pautada na regularidade das ações: por isso o autor das *Investigações* argumenta que as palavras "acordo" e "regra" são aparentadas. Wittgenstein salienta que é da maior importância que todos ou a grande maioria de nós estejamos de acordo em certas coisas: "[...] posso estar completamente seguro, por exemplo, de que a maioria dos seres humanos que vejam esse objeto chamariam 'verde' sua cor" (1998, VI, §39). Isto é, se não houvesse um uso estabelecido das palavras entre seus usuários, não poderíamos nos comunicar.

Conforme discutido em Silva (2011), podemos dizer que, se o pano de fundo do costume (prática, regularidade) de seguir uma regra fosse removido, a própria regra desapareceria. Vejamos um exemplo dado por Wittgenstein nas *Investigações*: "Como acontece que a seta $\rightarrowtail$ aponte? Não parece já trazer em si algo além de si mesma?" (1997; 1999, §454). Wittgenstein então argumenta que sua significação não reside em algo acontecer em nossa mente ou num passe de mágica: "Este apontar *não* é um passe de mágica que apenas a alma pode realizar. A seta aponta apenas na aplicação que o ser vivo faz dela" (1997; 1999, §454). Se em nossas atividades diárias (hábitos, costumes) não houvesse aplicações para a seta, ela ainda apontaria? Se não houvesse a *convenção* de como usar um indicador de direção (uma placa de trânsito, por exemplo), se cada um de nós o interpretássemos de um modo particular, ele ainda serviria para indicar a direção? Cremos que a resposta é negativa. De forma semelhante, não poderíamos chamar isto e aquilo de vermelho se não concordássemos em relação ao nome das cores, tampouco poderíamos calcular se cada um de nós contasse de uma forma diferente.

Assim, visto que as regras não contêm em si mesmas suas aplicações, isto é, uma regra não nos diz quando aplicá-la, estas não são de forma alguma óbvias ao aprendiz, dependem, na verdade, de serem ensinadas ou aprendidas[11]. Fundamentado em Wittgenstein, Glock afirma: "[se] a conexão entre uma fórmula aritmética e sua aplicação não é diretamente visível. Então como pode o aprendiz saber o que queremos dizer? Por meio de nossas explicações e instruções!" (Glock, 1998, p. 316). Assim, mais uma vez parece cabível indagar: se os futuros professores não compreendem o sentido das regras matemáticas que ensinarão, não é razoável esperar que tenham dificuldades em dar sentido a estas regras ao ensinar seus alunos?

A pesquisa com professores de matemática em formação

A pesquisa, relatada neste texto, se propôs analisar os problemas percebidos na compreensão das regras matemáticas por estudantes de uma turma do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará em 2011. Na ocasião, entregamos uma lista com as seguintes questões:

1) Por que $a^{-1} = \frac{1}{a}$, sendo $a \neq 0,\ a \in \Re$?
2) Por que toda base real, diferente de zero, com expoente zero é um?
3) Como você explica a operação:
   a) $4 / 0,5 = 8$
   b) 6 x 0,5 = 3
4) Resolva a divisão $\frac{2244}{22}$
5) Demonstre geometricamente o quadrado da soma de dois termos.

---

[11] Conforme aponta Macmillan (1995), Wittgenstein salienta que, em certas situações, aprendemos muitas coisas mesmo que não haja a intenção do ensino. As informações são "engolidas" sem explicações. Por exemplo, quando uma criança, que está aprendendo sua linguagem, sente dores, ela vai expressar essa dor de alguma forma, chorando por exemplo. Seus país, então, vão dizer (ou indagar) que seu filho está com dores e, assim, a criança aprende este uso da palavra dor.

6) Mostre por que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º.
7) Demonstre a fórmula da altura de um triângulo eqüilátero.
8) Demonstre a área total de um cilindro.
9) Resolva a equação $-2x + 1 = -3$, sem utilizar o método abreviado.
10) Como você explicaria o algoritmo da divisão de frações?

Posteriormente, solicitamos aos licenciandos que explicassem como ensinariam determinadas regras matemáticas na Educação Básica. Explicitamos que a atividade não consistia apenas em resolver as questões, mas sim em justificar o "sentido da existência de tais regras", isto é, demonstrar sua validade.

Neste trabalho, faremos a análise das questões 1(um), 2(dois), 3a(três a) e 5(cinco). As questões escolhidas envolvem regras matemáticas nas quais, em geral, os estudantes do Ensino Básico têm dificuldades de compreensão. Nossos resultados apontam para as dificuldades encontradas por esses futuros professores na compreensão de conteúdos matemáticos que ensinarão aos seus alunos. Em nossas análises, percebemos que a maioria dos licenciandos teve dificuldades em responder às questões. Este fato mostra que algumas regras matemáticas que não têm sentido para os alunos, também não têm sentido para seus professores.

Nossa investigação está pautada no fato de que a aprendizagem dos alunos na disciplina de Matemática, na Educação Básica, é deficitária[12] e podemos atribuir, como uma das causas dessa deficiência, a dificuldade do aluno em lidar com a linguagem codificada da Matemática, bem como interpretar suas regras. A intenção de analisar os problemas encontrados na compreensão das regras matemáticas pelos futuros professores de Matemática da Educação Básica se justifica pelo fato de que é por meio destas interpretações que os seus futuros alunos aprenderão.

Embora a linguagem matemática seja objetiva, os professores a ensinam utilizando a linguagem natural. Esta última, por vezes, é ambígua e polissêmica, o que pode gerar diferentes significações das regras matemáticas para o aluno. Portanto, se o professor não for claro e objetivo ao explicar as regras matemáticas aos aprendizes, o processo de ensino e aprendizagem dessas regras não obterá sucesso.

Os resultados da pesquisa em consonância com a literatura que trata da Formação Docente

A conexão entre o cálculo matemático e a magia

Para ser criativo, para dar sentido àquilo que ensina, para mostrar as possíveis contextualizações dos conteúdos matemáticos (postura bastante solicitada atualmente para as aulas de Matemática), o professor precisa ter um bom domínio daquilo que ensina, caso contrário, como dar sentido a algo que não se compreende? Como mostrar as possíveis relações do conteúdo com outros conceitos se nem mesmo domino o que quero ensinar? De acordo com Shulman,

> Para pensar o conhecimento do conteúdo corretamente, é necessário ir além do conhecimento dos fatos ou conceitos de um campo. É necessário compreender as estruturas da matéria [...]. Os professores não devem ser capazes apenas de definir para os estudantes as verdades aceitas em um domínio. Eles também devem ser capazes de explicar por que uma proposição particular é considerada válida, porque vale a pena conhecê-la, e como ela se relaciona com outras proposições, tanto no interior da disciplina quanto em outros

---

[12] De acordo com dados do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA): www.inep.gov.br/internacional/pisa/, e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB): www.inep.gov.br/basica/saeb/default.asp.

> domínios, tanto na teoria quanto na prática. [...] O professor precisa não apenas compreender *que* algo é assim, o professor deve compreender, além disso, *por que* é assim[13] (Shulman, 1986, p. 09).

Druck (2003) discute essa temática. De acordo com a autora:

> O professor só pode ajudar o aluno no processo de aprendizagem se puder oferecer pontos de vista distintos sobre um mesmo assunto, suas relações com outros conteúdos já tratados e suas possíveis aplicações. Isso só é possível se o professor tiver um bom domínio do conteúdo a ser ensinado (p. 02).

Como apontam os resultados de nossa pesquisa, os próprios estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática não têm clareza sobre as regras matemáticas ensinadas na Educação Básica. Esses estudantes também aprenderam mecanicamente no Ensino Básico. E, no decorrer no curso de Licenciatura, poucos tiveram a oportunidade de esclarecer os significados de tais regras. Sendo assim, pode-se pressupor que não refletem sobre tais significados no decorrer de sua Formação Docente.

A literatura vem mostrando que os professores de Matemática não dominam os conteúdos que precisam ensinar. Por exemplo, Hock e Dreyfus (2004 apud Cury 2007, p. 56), em sua pesquisa, afirmam que "aplicaram a professores de Ensino Médio as mesmas questões propostas aos estudantes, constatando que apenas 50% tinham o 'sentido da estrutura', resolvendo rapidamente a questão". Tirosh (1998), também mostra a falta de domínio do conteúdo matemático por parte de professores da disciplina. Em sua pesquisa, a autora constatou que "a maioria dos professores não possuem um conhecimento coerente e sistemático das operações indefinidas[14]" (Tirosh, 1998, p. 77). Além disso, a pesquisadora constatou que, ao lidar com as concepções inapropriadas dos estudantes, poucos professores sentem necessidade de entender o raciocínio dos alunos, preocupando-se apenas em corrigi-los. Segundo Tirosh (1998), para alguns professores de sua pesquisa, cujo domínio do conteúdo matemático foi analisado,

> era impossível e desnecessário compreender a razão pela qual muitos dos elementos matemáticos eram de uma determinada maneira. Esses elementos eram fixos e deveriam ser memorizados. Não havia nenhum sentido em construir definições, regras ou procedimentos matemáticos; eles eram lembrados ou não eram (Tirosh, 1998, p. 101).

Em nossa pesquisa com os alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará, percebemos algo semelhante ao analisarmos as respostas dos alunos às questões propostas. Com relação à primeira questão "Por que $a^{-1} = \frac{1}{a}$ sendo $a \neq 0, a \in \mathbb{R}$?", algumas respostas foram:

> Trata-se de uma definição.
> É uma questão de simbologia.
> É apenas uma questão de notação.

---

[13] Tradução dos autores.

[14] As operações indefinidas discutidas em Tirosh (1998) são as seguintes: $(-1)^{\frac{1}{3}}$; 0 ÷ 0; 4 ÷ 0; $(-8)^{\frac{1}{3}}$; 0^0 e $(-1)^{\frac{2}{3}}$.

Outros sujeitos da pesquisa tentaram enunciar algo que acreditam ser uma propriedade, para explicar por que $a^{-1} = \frac{1}{a}$. José[15], por exemplo, diz

> Devemos inverter a base, que se for um número inteiro, sempre tem o número 1 como denominador, e conservar o expoente.

Enquanto que Maria tenta justificar a operação afirmando que:

> a^{-1} é o inverso de ".

Vemos que nenhuma das tentativas explica por que $a^{-1} = \frac{1}{a}$. A regra matemática que é ensinada de forma mecânica não terá sentido algum para o aluno e a aprendizagem não se efetuará. Nesse sentido, Gómez-Granell (2003) nos oferece um exemplo desta problemática:

> Outro erro típico consiste, por exemplo, em somar quantidades sem considerar o procedimento de "vai um":
>
> $$\begin{array}{r} 24 \\ \underline{+\ 48} \\ 612 \end{array}$$
>
> É evidente que qualquer aluno de oito anos sabe, de cabeça, que o resultado de 24 + 48 não pode ser 612. No entanto, sem se ater ao significado, ele respeita a aplicação do procedimento que domina – somar sem utilizar a técnica do "vai um" – e o aplica fazendo a extrapolação ou supervalorização de uma regra. (p. 266).

Mais do que não aprender a calcular, para alguns alunos, devido ao ensino sem clareza que recebem, há uma conexão entre a matemática e a magia, conforme nos relata Baruk (1996). Como as regras são ensinadas de forma mecânica, sem explicações, e como, muitas vezes, nem mesmo o professor sabe justificá-las (conforme mostra nossa pesquisa), as regras matemáticas parecem algo sem explicação, algo mágico.

Vered, um dos professores pesquisados em Tirosh (1998), ao ser perguntado sobre como explicaria a um aluno a respeito da operação indefinida "dividir por zero", diz apenas que "É proibido dividir por zero":

> Direi a ele que não é permitido dividir por 0 [...]. Em matemática, temos regras e operamos de acordo com elas. Com frequência, essas regras não parecem razoáveis. Quando estudamos matemática, temos que aceitar essas regras e operar de acordo. *Não há razões e não há nenhum sentido em buscar explicações. Deve-se somente aceitá-las* (Tirosh, 1998, p.93) (grifos nossos).

Para esse professor, a matemática constitui um conjunto de regras inexplicáveis, cabendo apenas aceitá-las, memorizá-las e usá-las. Em nossa pesquisa com os licenciandos em Matemática, notamos algo semelhante em suas respostas às questões propostas. À segunda questão – "Por que toda base real, diferente de zero, com expoente zero é um?" –, Carlos responde:

> Eu diria que é algo que aceitamos como um axioma.

Enquanto que, para José, trata-se de uma "propriedade da potenciação".

Embora as respostas possam parecer inofensivas, para o aluno que recebe esse ensino "misterioso e sem explicações", a matemática é vista como um tipo de "magia", no sentido dado por Baruk (1996). De acordo com a autora, para o aluno existe uma conexão entre os cálculos e a magia.

---

[15] Os nomes utilizados para identificar os sujeitos da pesquisa são fictícios.

Já que muitas vezes os alunos não compreendem satisfatoriamente as regras matemáticas, eles as interpretam com um significado de magia. Como tudo é vago e sem sentido, os resultados das contas parecem algo mágico e misterioso.

Nas *Observações sobre os fundamentos da matemática,* Wittgenstein pergunta: "Uma operação de cálculo não é uma espécie de cartomancia?" (1998, apêndice II, §05). Diferente de uma experiência, um cálculo matemático segue o imperativo "tem de ser assim!", "2 + 2" *é* igual a quatro, isto é, o resultado está previsto, já que as operações matemáticas são criações humanas. Entretanto, se o aluno não entende as "regras do jogo", ele interpreta os cálculos como um tipo de mágica e, além disso, segundo Baruk (1996), o aluno acredita que pode criar "novas regras matemáticas" para facilitar seus cálculos, fato verificado em Silveira (2005) que, em sua pesquisa, procurou mostrar que o sujeito aprendente, ao se deparar com um conceito matemático já construído por ele, pode, em outro contexto, atribuir-lhe novos sentidos e ressignificá-lo.

No decorrer do processo da aprendizagem, o conceito matemático está sempre em estado de devir, na perspectiva do aluno, mesmo que este conceito seja considerado imutável sob o ponto de vista da lógica e do rigor da Matemática. Ao conectar o conceito com outros conceitos, o sujeito passa a reinterpretá-lo e, a partir desta outra compreensão, ele o reconstrói. Ao atribuir sentidos em cada ato de interpretação, o conceito do objeto se modifica conforme o contexto. As estruturas sintáticas semelhantes, em que figura o objeto, e as aparências semânticas provenientes da polissemia da linguagem oferecem material para as analogias entre os conceitos. As conjeturas nascidas destas analogias têm origem nas representações do objeto percebido, nas quais estão de acordo com a memória e a imaginação do sujeito aprendente. A imaginação é a fonte de criação e sofre as interferências das ilusões provenientes do ato de ver, já que o campo de visão do aluno está atrelado ao contexto no qual se encontra o objeto. A memória, associada às experiências vividas com o objeto matemático e à imaginação, oferece condições para a ressignificação do conceito. O conceito, antes de ser interpretado pelo aluno, obedece às exigências e à lógica da Matemática, após a interpretação depende da própria lógica do aluno. A modificação do conceito surge no momento em que o sujeito, ao interpretar a regra matemática, estabelece novas regras forjadas durante o processo de sua aplicação. Na contingência, o aluno projeta sentidos aos objetos matemáticos (que têm um automovimento previsto), porém a sua imaginação inventiva é imprevisível. Nestas circunstâncias, o conceito passa a ser reconstruível a cada ato de interpretação. As condições de leitura e de compreensão do objeto definem a construção do conceito matemático, a qual está em constante mudança.

Baruk (1996) dá-nos um exemplo de "lógica da magia" usada pelos alunos nas aulas de matemática com a intenção de resolução das operações:

$$\frac{7}{4}+\frac{5}{3}=\frac{(7+3)+\ (4+5)}{(4+3)}=\frac{18}{7}$$

O correto, nesse cálculo, seria usar a multiplicação, mas como o aluno não compreende a regra, não faz sentido algum para ele multiplicar se a operação entre as frações é uma adição.

Regras matemáticas e suas aplicações

Se escrevêssemos $5\ =\ 2\ +\ 3$ (cinco é igual a dois mais três), poderíamos escrever também, por exemplo, $5\ =\ 4\ +\ 1$ (cinco é igual a quatro mais um). Isso porque, conforme abordado em Silveira (2008), as proposições matemáticas seguem, além das regras matemáticas, regras gramaticais.

Para Wittgenstein (1997), existe semelhança entre o cálculo, a gramática e os jogos de linguagem, justamente porque eles seguem regras. Segundo o filósofo, a regra é uma norma estabelecida pela regularidade de juízos e não por um acordo de opiniões. Estas obedecem a critérios lógicos, ao imperativo "que seja assim!". A Matemática é um jogo de linguagem, é criação humana, assim como a exatidão também é. Dois mais três são cinco porque o resultado nasce de uma necessidade teórica.

Segundo Granger (1974), a sintaxe deve se completar com a semântica para que o texto tenha significado. Por exemplo, o mínimo múltiplo comum entre 6, 10 e 12 apenas terá sentido para o aluno quando ele compreender o significado da expressão mínimo múltiplo comum. Não basta que aplique uma regra sem sentido para que encontre o resultado correto, pois pode estar em dúvida se encontrou o mínimo ou o máximo múltiplo comum entre os números. A regra interpretada adequadamente de acordo com a lógica da Matemática adquire sentido para o aluno e o auxilia na construção do conceito implícito na regra.

Neste item, nos propomos a analisar como os licenciandos de nossa pesquisa compreendem tais regras. Para tanto, mostraremos os casos mais significativos que, a partir de agora, passamos a comentar.

A licencianda Flor, ao responder à questão "Como você explicaria a operação $4 \div 0{,}5 = 8$", afirma:

> Explicaria que $0{,}5 = \frac{1}{2}$, e logo a divisão de frações se dá por um algoritmo que seria $\frac{4}{\frac{1}{2}} = 4 \times 2 = 8$.

Podemos observar que sua resposta não oferece outro sentido para explicar/justificar a operação que não seja a utilização de algoritmos. Ela explica o algoritmo se apoiando em outro algoritmo. Flor não vislumbra a possibilidade de explicar aos alunos dos Anos Iniciais que quatro inteiros divididos pela metade são oito inteiros, o que seria bem mais esclarecedor do que explicar com outro algoritmo.

Em um curso de Especialização em Educação Matemática para professores, desenvolvido na mesma Universidade em que se realizou a pesquisa com os licenciandos, alguns relatos de experiência de sala de aula foram narrados com certa incredulidade pelos professores. Um deles, que atua na Educação Básica, conta que seu aluno, ao responder ao pedido de representar "a diferença do número cinco", escreve g ≠ 5, outro aluno escreve ≠ *x* 5, nesta sequência. A resposta do primeiro aluno aponta para um problema de linguagem, pois confundir a "diferença do número cinco" com "um número diferente de cinco" indica semelhanças sintáticas. Já, a resposta do segundo aluno, quando coloca os símbolos ≠ *x* 5 que, traduzidos para a linguagem natural, significam: "diferença número cinco", é tão lógica quanto a resposta da licencianda Flor. O aluno traduz literalmente símbolo por símbolo, enquanto Flor explica a divisão simplesmente dividindo, não mostra o sentido do cálculo que já está feito, ela refaz o cálculo utilizando o algoritmo. Tanto o aluno quanto a futura professora não respondem com o sentido que se está perguntando, e sim com outro.

Nos dois casos, a licencianda Flor e o aluno do professor em curso de Especialização responderam às perguntas com uma lógica que não satisfazia à lógica da pergunta solicitada. Flor respondeu à pergunta sem se dar conta de que sua resposta não esclareceria um suposto aluno, assim como os alunos do professor em curso de Especialização apenas fizeram uma tradução equivocada da expressão "diferença do número cinco".

Dizer que o dobro de X é XX ou que o sucessor de X é Z ou XI, conforme outros relatos durante o Curso de Especialização, confirma uma prática, ainda presente nas aulas de Matemática, a partir da qual os estudantes respondem com uma lógica que não é a da Matemática. Dizer que o sucessor de X é Z não está correto para a sequência da ordem alfabética, muito menos para a sequência de números naturais. Dizer que o sucessor de X é XI está correto quando escrevemos em números romanos, mas não está correto quando escrevemos em números arábicos, isto é, essa resposta está correta para outro contexto. Para Wittgenstein (1997), quando uma palavra muda de contexto, muda também o seu sentido.

O licenciando Rick, ao responder à questão "Como você explicaria a operação $4 \div 0{,}5 = 8$?", afirma que

> Colocaria 4 figuras iguais. Depois dividiria cada uma pela metade, e assim teríamos 8 novas figuras iguais ou usaria a propriedade de frações.

Rick mostra habilidade e sensibilidade para ensinar seu suposto aluno sem recorrer apenas ao uso de algoritmos, porém "as 4 figuras iguais" são desenhadas de maneira que o desenho forma apenas uma figura.

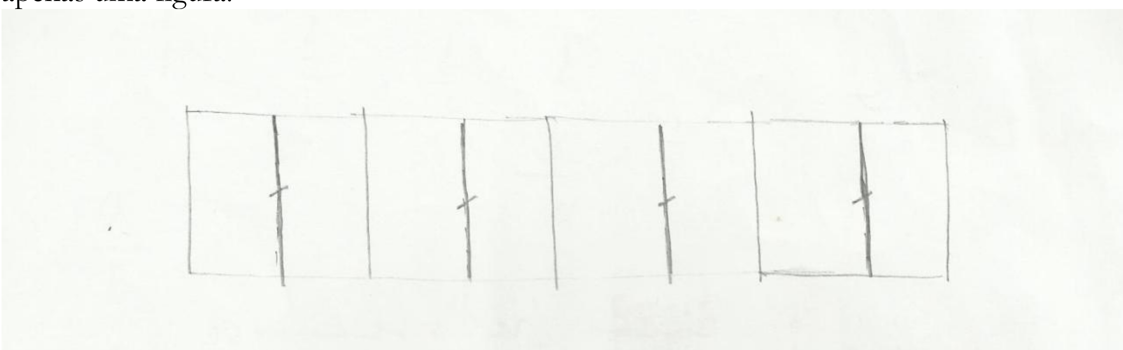

Figura 1

Um retângulo dividido em quatro partes iguais e cada parte dividida ao meio forma um retângulo dividido em oito partes, mas não oito retângulos. O desenho, no quadro de escrever, do retângulo assim dividido, mais confundiria o aluno do que auxiliaria na construção do conceito de divisão de frações. Nesse caso, o futuro professor busca bons argumentos para explicar tal divisão, porém "erra" no decorrer de sua explicação. Esse caso se assemelha a uma das elucubrações de Wittgenstein (1997): seguir a regra é diferente de pensar estar seguindo a regra.

A questão que pedia que explicassem "Por que toda base real, diferente de zero, com expoente zero é um?", para um licenciando é

> Algo que aceitamos como um axioma.

Outro licenciando escreve:

> Confesso que ainda não sei explicar esse fato.

Um terceiro assim responde:

> Eu explicaria que $a^0 = 1$, pelo fato de $\frac{0}{a}$ sendo $a \in \mathbb{R}$, não existe tal divisão, ou seja, 0 não pode ser dividido por nenhum $a \in \mathbb{R}$; logo $a^0 = 0$, portanto teria $a^0 = 1$.

Observa-se que esse licenciando confunde o conceito da potência com conceito da divisão. Ao afirmar que "$a^0 = 0$", ele comete um equívoco: tenta buscar argumentos lógicos para a sua explicação e erra. Para argumentar que "$a^0 = 1$", utiliza o critério "$a^0 = 0$" e esquece que o resultado de uma operação matemática não pode possuir dois resultados diferentes.

Podemos perceber, por meio dessas respostas, que uma questão básica das propriedades de potências de mesma base não é reconhecida por estudantes do curso de Matemática que estão prestes a se formar e iniciar sua prática docente.

A questão que solicitava que demonstrassem geometricamente o quadrado da soma de dois termos foi explicitada por um licenciando com o seguinte desenho.

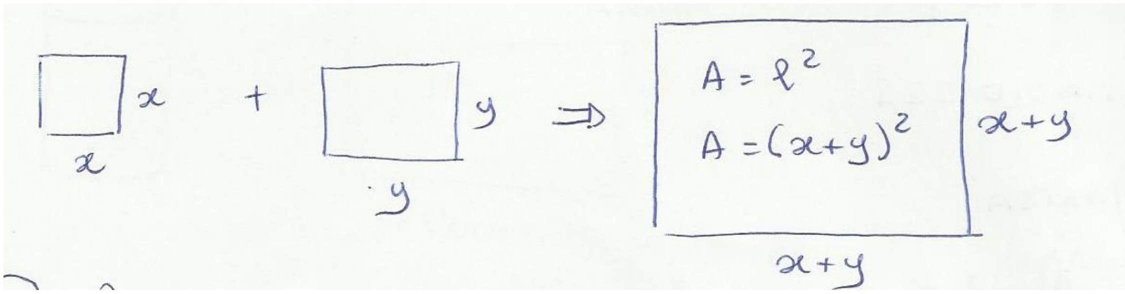

Figura 2

Esse licenciando parece não saber que a soma do quadrado de dois termos é diferente do quadrado da soma de dois termos ($x^2 + y^2 \neq (x + y)^2$). O seu desenho sugere um argumento que não é apropriado para responder ao que foi solicitado. Aquilo que o aluno vê o professor desenhar sugere a sua interpretação do desenho.

Bouveresse (1973), comentando concepções de Wittgenstein, afirma: "É impossível estabelecer uma distinção precisa entre ver e interpretar" (p. 201). O ato de ver segue um domínio de técnicas. Para apreciarmos uma obra de arte, temos que conhecer algumas técnicas desenvolvidas pelos artistas. Para distinguirmos um triângulo retângulo de um triângulo obtusângulo, devemos conhecer as regras que definem um e outro. Compreender cada um deles é "ver como" pode-se desenhá-los. Aquele que não compreende o que é um e o que é outro, é cego à significação do que seja um triângulo retângulo e um triângulo obtusângulo. Da mesma forma ocorre com aquele que confunde $x^2 + y^2$ com $(x + y)^2$. Confundir esses dois conceitos seria razoável para um estudante da Educação Básica, não para um licenciando de Matemática em final de curso. Cinco dos dez futuros professores erraram a questão, porque confundiram esses conceitos.

Ao responder à questão: "Como você explicaria o algoritmo da divisão de frações?", um licenciando escreve:

Pela regra geral que aprendi, conservando a primeira fração e multiplicando pelo inverso da segunda.

Essa é a resposta que pode oferecer, porque, de fato, foi a única regra que ele aprendeu, ao mesmo tempo em que significa dizer que não sabe a origem do algoritmo, apenas sabe aplicá-lo.

Cabe notar, ainda, que esses professores que não dominam os conteúdos matemáticos, segundo Druck (2003), não atuarão apenas no Ensino Básico, mas também poderão atuar nas licenciaturas de Matemática, formando, assim, nas palavras da autora, um "perverso círculo vicioso".

> Nas faculdades, há muita vaga [...], o que transforma as licenciaturas em cursos atraentes para os que desejam um diploma qualquer. Produz-se, assim, um grande contingente de docentes mal formados ou desmotivados. Esse grupo atua também no Ensino Superior, sobretudo nas licenciaturas, criando um perverso círculo vicioso (Druck, 2003, p. 01).

Por outro lado, o artigo de Rosseti (1998), também publicado no jornal *Folha de São Paulo*, mostra que não apenas os alunos têm dificuldades em Matemática, mas que seus erros são os mesmos dos professores:

> Professores de 1ª a 4ª séries, de escolas públicas de São Paulo, acertaram menos questões de multiplicação e divisão do que alunos de 5ª série de escola particular, em uma pesquisa piloto realizada a partir de duas teses de mestrado". [...] Sandra Magina, professora do Mestrado em Matemática da PUC, diz: "O que ficou claro é que onde os professores erram, os alunos também erram" (Rossetti, 1998, p. 02).

Fato talvez explicado pelo "circulo vicioso" apontado por Druck (2003). Em nossa pesquisa, a maioria das questões foi respondida pelos licenciandos com as regras mecânicas e sem sentido que aprenderam. Possivelmente, é com essas regras que ensinarão seus alunos. E o círculo vicioso está formado. Os licenciandos descrevem os procedimentos utilizados no algoritmo, mas não são capazes de mostrar o sentido de sua utilização, isto é, justificar a validade do algoritmo. Alguns acertaram, mas não sob o ponto de vista didático. Outros têm problemas ao expressar em língua natural os conceitos matemáticos e simplesmente não responderam a algumas questões. Os futuros professores erram as questões, deixam em branco (não respondem) ou admitem não saber.

Considerações finais

Nossa intenção nessa pesquisa foi a de perceber como os futuros professores interpretam as regras matemáticas trabalhadas na Educação Básica. Constatamos que tais regras continuam sem sentido, tanto para aluno, como para o professor. Os estudos aos quais se faz referência neste artigo, tal como nossa pesquisa, apontam para a falta de clareza, por parte dos futuros professores, a respeito das regras matemáticas. Nossa hipótese, segundo a qual os professores de Matemática se formam sem saber o sentido das regras e operações matemáticas que explicarão aos seus alunos, se confirmou. Percebemos que os licenciandos, apesar de saberem resolver derivadas e integrais de funções algébricas, não sabem, por exemplo, como justificar a validade do algoritmo da divisão de frações.

Essa pesquisa não tem o propósito de intimidar os licenciandos, e sim apontar problemas em sua formação que ainda permanecem e preocupam. Muitos professores das disciplinas específicas pouco (ou nada) valorizam as disciplinas pedagógicas e não trabalham essas dificuldades dos alunos, assim como muitos professores das disciplinas pedagógicas também não trabalham tais dificuldades. Enfim, os licenciandos continuam com uma formação insuficiente. Acreditamos que dar aula de Matemática continua sendo um desafio em muitas escolas brasileiras, tendo em vista os resultados dos indicadores da eficácia da Educação Básica[16].

---

[16] Indicadores Educacionais são ferramentas utilizadas pelo governo brasileiro cuja finalidade é fazer um estudo planejado e ordenado acerca da Educação Básica brasileira, identificando suas respectivas deficiências por região e unidades da federação com o intuito de elaborar políticas públicas para tentar solucionar (ou amenizar) tais deficiências. Esses indicadores estão sob a supervisão do Ministério da Educação (MEC) e os dados obtidos encontram-se disponíveis no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Os principais indicadores educacionais são: Programa de Avaliação de Estudantes (PISA), Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e Prova Brasil, Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF) e Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). O PISA é o único indicador a nível internacional aplicado no Brasil e os demais, a nível nacional.

O discurso que fala da utilidade da Matemática está disperso nas vozes e nos lugares de significação a que aluno e professor têm acesso, interferindo no ensino e na aprendizagem da disciplina. Esse discurso constitui-se como memória discursiva[17], perpetuando-se através das enunciações pelos sujeitos. É nestas que se encontra a possibilidade de ressignificar e modificar alguns sentidos do discurso que estão cristalizados. Assim sendo, podemos salientar que o professor deve refletir sobre os problemas de ordem linguística. O professor de Matemática não estabelece um jogo de linguagem, mas introduz o aluno a um jogo já estabelecido – uma vez que as proposições da Matemática são vistas, por Wittgenstein (1997; 1998; 1999; 2000), como regras a serem seguidas, como normas. Não se trata de conjecturas no sentido das ciências empíricas. A questão, aqui, é como o professor interpreta a regra em sala de aula, apoiando-se em figuras e outros símbolos, o que é uma atividade diferente da criação de um novo jogo de linguagem.

É provável que os licenciandos, em suas práticas docentes, tenham que estudar e pesquisar para compreenderem os conceitos matemáticos que deverão ensinar. Stella Baruk (1996) revela, sem constrangimentos, as muitas horas gastas lendo livros para preparar aulas que, posteriormente, seriam dadas em minutos. Ora, se o professor tem a necessidade de muito tempo para preparar uma aula, como pode exigir que em minutos seus alunos aprendam o que ele próprio levou tanto tempo para aprender a ensinar? Se o professor não tem muita clareza sobre um determinado conceito, como quer que seu aluno aprenda rápida e prontamente o que, para ele próprio, levou tanto tempo para que se mostrasse mais claro e com sentido?

Referências

Albarracin, E.S.; Dujet-Sayyed, C.; Pangaud, C. (2008) *Les Facteurs Socioculturels dans le Représentations Mathématiques:* édude de cas sur une population d'élèves ingénieurs français et latino-américains (Séminaire d'ESCHIL, 3 avril 2008). 12 páginas. Disponível em: <http://www.m2real.org/IMG/pdf_ESA-_Representations_mathematiques-3_avril-2.pdf>. Acesso em: 02 out. 2011.

Baruk, S. (1996) *Insucesso e Matemáticas*. Tradução de Manoel Alberto. Lisboa: Relógio D'Água Editores.

Bouveresse, J. (1973) *Wittgenstein:* la rime et la raison (Science, Èthique et Esthétique). Paris: Les Editions Minuit.

Chauviré, C. (1991) *Wittgenstein.* Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.

Cury, H.N. (2007) *Análise de erros:* o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica.

Dieudonée. J. Mathématiques vides et mathématiques significatives. In: Dieudonée. J. et alli. (1982) *Penser les mathématiques* (Séminaire de philosophie et mathématiques de l'École normale supérieure). Paris: Éditions Du Seuil. p. 15- 38.

Druck, S. (2003) O Drama do Ensino da Matemática. *Folha de São Paulo (Sinapse)* - 25 de março de 2003. 03 páginas. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/folha-/sinapse/ult1063u343.shtml>. Acesso em: 03 jul 2011.

[17] Pêcheux (1999) entende por memória discursiva "aquilo que, face a um texto que surge como acontecimento a ler, vem restabelecer os "implícitos" (quer dizer, mais tecnicamente, os pré-construídos, elementos citados e relatados, discursos-transversos etc) de que sua leitura necessita: a condição do legível em relação ao próprio legível" (p. 51).

Gerrard, S. (1991) Wittgenstein's philosophies of mathematics. *Synthese*, n. 87, Kluwer Academic Publishers, pp. 125-142.

Giardinetto, J.R.B. (1998) *Matemática escolar e matemática da vida cotidiana*. Rio de Janeiro: Editora Autores Associados.

Gómez-Granell, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: Teberosky, A.; Tolchinsky, L. (2003) *Além da alfabetização:* a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Editora Ática. pp. 257-282.

Gottschalk, C. (2004) A natureza do conhecimento matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. Campinas: *Cad. Hist. Fil. Ci.* Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul.-dez. 2004.

Glock, H-J. (1998) *Dicionário Wittgenstein.* Tradução de Helena Martins. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.

Granger, G-G. (1974) *Filosofia do estilo.* São Paulo: Perspectiva, Ed. da Universidade de São Paulo.

Knijnik, G. (1996) *Exclusão e resistência:* educação matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre: Artes Médicas.

Loi, M. Rigueur et ambiguïté. In: Dieudonée. J. et alli. (1982) *Penser les mathématiques* (Séminaire de philosophie et mathématiques de l'École normale supérieure). Paris: Éditions du Seuil, p. 108-125.

Macmillan, C. J. B. "How not to Learn: Reflections on Wittgenstein and Learning". In: Smeyers, Paul; Marshall, James D. (Eds). (1995) *Philosophy and Education:* Accepting Wittgenstein's Challenge. Kluwer Academic Publishers, pp.161-169. vol. 6.

Pêcheux, M. Papel da memória. In: Nunes, J.H. (org.)*Papel da memória*. Campinas: Pontes. p. 49-57, 1999.

Rossetti, F. (1998) Professor de matemática não aprendeu a ensinar. *Folha de São Paulo*, São Paulo, 24 ago.

Shulman, L.S. (1986) Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher***,** vol. 15, n. 2, fev. pp. 04-14.

Silva, P.V. (2011) *O Aprendizado de regras matemáticas:* um estudo de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão. Belém: UFPA. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática).

Silveira, M.R.A.. (2000) *A interpretação da Matemática na escola, no dizer dos alunos:* ressonâncias do sentido de "dificuldade". Porto Alegre: UFRGS. Dissertação (Mestrado em Educação).

Silveira, M.R.A. (2005) *Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da matemática.* Porto Alegre: UFRGS. Tese (Doutorado em Educação).

Silveira, M.R.A. (2008) Aplicação e interpretação de regras matemáticas. *Revista Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo: vol 10, nº 1. pp. 93-113.

Tirosh, D. Como os professores compreendem as expressões matemáticas indefinidas. In: Teberosky, A.; Tolchinsky, L. (1998) *Substratum***.** Porto Alegre: Editora Artmed. pp. 77-111.

Wittgenstein, L. (2000) *Da certeza*. Lisboa: Edições 70.

Wittgenstein, L. (1999) *Investigações filosóficas (IF).* Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova cultural. (Coleção Os Pensadores) / (1997) *Philosophical Investigations (IF)***.** Oxford: Blackwell.

Wittgenstein, L. (1998) *Remarks on the foundations of mathematics (RFM)***.** Org. G. H. Von Wright, R. Rhees e G. E. M. Ascombe. Edição revisada. Oxford: Blackwell.

Sobre os Autores

Marisa Rosâni Abreu da Silveira
Universidade Federal do Pará
Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Brasil) com Estágio Doutoral na Universidade de Paris 7 (França) e Estágio Pós-Doutoral na Universidade de Paris 1 (Sorbonne/França). Professora no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas.
marisabreu@ufpa.br

Paulo Vilhena da Silva
Secretaria Municipal de Educação de Ananindeua-Pará
Mestre e Doutorando em Educação em Ciências e Matemáticas, pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, da Universidade Federal do Pará.
Professor do Ensino Básico.
E-mail: paulovilhena1@gmail.com

Sobre as Editoras Convidadas

Carla Beatriz Meinerz
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Professora Adjunta no Departamento de Ensino e Currículo da Faculdade de Educação.
carlameinerz@gmail.com

Dóris Maria Luzzardi Fiss
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Professora Adjunta no Departamento de Ensino e Currículo da Faculdade de Educação.
fiss.doris@gmail.com

Sônia Mara Moreira Ogiba
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Mestre em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Professora do Departamento de Ensino e Currículo da Faculdade de Educação. Membro da Associação Psicanalítica de Porto Alegre (APPOA) e Instituto APPOA – Clínica, Pesquisa e Intervenção Social.
ogb@cpovo.net

DOSSIÊ

FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PRÁTICAS CULTURAIS

arquivos analíticos de políticas educativas

Volume 21 Número 27 25 de março, 2013 ISSN 1068-2341